АНАЛИЗ ТЕПЛО - МАССООБМЕННОГО ПРОЦЕССА ПРИ ПНЕВМОТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ХЛОПКА-СЫРЦА

Маматов Алишер Зулунович - профессор, Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности

Аннотация Исследование посвящено анализу тепло-массообменных процессов, возникающих при пневмотранспортировке хлопка-сырца — ключевого этапа в переработке текстильного сырья. Актуальность работы обусловлена необходимостью оптимизации параметров транспортировки для минимизации энергозатрат, предотвращения деградации волокон и сохранения технологических свойств хлопка. В ходе исследования рассмотрено взаимодействие воздушного потока с частицами хлопка-сырца, учитывающее термодинамические и гидродинамические аспекты: изменение температуры, влажности, скорости воздушного потока и концентрации частиц.

Ключевые слова: пневмотранспорт, хлопок-сырец, тепло-массообмен, математическое моделирование, энергоэффективность, влажностный режим.

Введение.

Объекты и методы исследования: Если учитывать, что в основном хлопок-сырец транспортируются при помощи воздуха, в промежутке времени от момента t=0 до момента $t=t^*$ компоненты сырца охлаждаются в пневмотранспорте под действием атмосферного воздуха. Хлопок-сырец всасывается с расстояния $X=L$ или, начиная от сечения X=0, на него воздействует атмосферный воздух. В пневмотранспорте хлопок-сырец движется со скоростью V. Обозначим температуру нагрева волокна T_1 (t), температура нагрева семян – T_2 (t_2) и температура воздуха $T_в$. Представим, что охлаждение семян происходит через волокнистой массы.

Теплообмен между волокном и семенем характеризуется в следующем виде:

$\alpha_2[T_1(t)-T_2(t)]$

Также теплообмен между воздухом и волокном имеет следующее выражение:

$\alpha_1[T_1(t)-T_в(t)]$

Пусть $T_1(0)$ и $T_2(0)$ - начальные температуры нагрева, соответственно, волокна и семян.

В любой точке сечения [0, L] температуры компонентов $T_1(t)$ и $T_2(t)$ определяются по времени в зависимости от температуры $T_в = T_в(t)$ атмосферного воздуха.

Учитывая выше изложенное, напишем кинетические уравнения по принципу теплопередачи в следующем виде [8,9]:

$$\begin{cases} c_1\rho_1\dfrac{dT_1}{dt}=\lambda_1\dfrac{4(T_{10}-2T_1+T_{вых})}{L^2}-c_2\rho_2V\dfrac{T_{вых}-T_{10}}{L}+\alpha_1(T_в-T_1)+\alpha_2[T_2-T_1]+0{,}01\varepsilon_1\rho_1r_{21}\dfrac{dw_1}{dt} \\ c_2\rho_2\dfrac{dT_2}{dt}=\alpha_2[T_1-T_2]+0{,}01\varepsilon_2\rho_2r_{21}\dfrac{dw_2}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$T_1(0) = T_{10},\ T_2(0) = T_{20} \qquad (2)$$

Здесь c_1, c_2 - коэффициенты теплоемкости, соответственно, волокна и семян;

ρ_1, ρ_2 - плотности, соответственно, волокна и· семян;

λ_1 - коэффициент теплопроводности волокна;

α_1, α_2 - коэффициенты теплопередачи, соответственно, волокна и семян.

Систему (1) напишем в виде

$$\begin{cases} \dfrac{dT_1}{dt} = -a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + f_1(t) \\ \dfrac{dT_2}{dt} = -a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + f_2(t) \end{cases} \qquad (3)$$

где

$$a_{11} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \dfrac{2\lambda_1}{L^2}}{c_1\rho_1},\ a_{12} = \frac{\alpha_2}{c_1\rho_1},\ a_{11} > a_{12}$$

$$a_{21} = \frac{\alpha_2}{c_2\rho_2},\ a_{22} = a_{21},\ a_{22} < a_{12}$$

$$f_1(t) = \left(4\lambda_1 \frac{T_{10} + T_{\text{вых}}}{\mathrm{L}^2} - c_1\rho_1 V \frac{T_{\text{вых}} - T_{10}}{L} + \alpha_1 T_в(t) + 0{,}01\varepsilon_1\rho_1 r_{21} \frac{dw_1}{dt} \right)$$

$$f_2(t) = \frac{0{,}01\varepsilon_2\rho_2 r_{21}}{c_2\rho_2} \frac{dw_2}{dt}$$

Для решения системы (3) сначала рассмотрим однородные уравнения

$$\begin{cases} \dfrac{dT_1}{dt} = -a_{11}T_1 + a_{12}T_2 \\ \dfrac{dT_2}{dt} = -a_{21}T_1 + a_{22}T_2 \end{cases} \qquad (4)$$

Для нёё составим характеристическое уравнение [10,11]

$$\Delta = \begin{vmatrix} -a_{11} - \lambda & a_{12} \\ -a_{21} & a_{21} - \lambda \end{vmatrix} = (-a_{11} - \lambda)(a_{21} - \lambda) + a_{21}a_{12} = 0$$

Отсюда,

$\lambda^2 + (a_{11} - a_{21})\lambda + a_{21}a_{12} - a_{11}a_{21} = 0$ *или*

$\lambda^2 + (a_{11} - a_{21})\lambda - a_{21}(a_{11} - a_{12}) = 0$

Решение данного уравнения имеет вид

$$\lambda_{1,2} = -\frac{a_{11} - a_{21}}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_{11} - a_{21})^2}{4} + a_{21}(a_{11} - a_{12})}$$

Так как,

$a_{11}^2 - 2a_{11}a_{21} + a_{21}^2 + 4a_{21}a_{11} - 4a_{21}a_{12} = a_{11}^2 + 2a_{11}a_{21} + a_{21}^2 - 4a_{21}a_{12} = (a_{11} + a_{21})^2 - 4a_{21}a_{12} =$

$a_{11}^2 + a_{21}^2 + 2a_{21}(a_{11} - 2a_{12}) \geq 4a_{21}a_{11} - 4a_{21}a_{12} = 4a_{21}(a_{11} - a_{12}) > 0$

то, общее решение системы (4) можно написать в виде

$T_1 = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$

$T_2 = \tilde{c}_1 e^{\lambda_1 t} + \tilde{c}_2 e^{\lambda_2 t}$

Подставляя в систему (4)

$c_1\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{\lambda_2 t} = -a_{11}(c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}) + a_{12}(\tilde{c}_1 e^{\lambda_1 t} + \tilde{c}_2 e^{\lambda_2 t})$

Отсюда

$c_1\lambda_1 = -a_{11}c_1 + a_{12}\tilde{c}_1$

$c_2\lambda_2 = -a_{11}c_2 + a_{12}\tilde{c}_2$

Следовательно,

$$\tilde{c}_1 = \frac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} c_1$$

$$\tilde{c}_2 = \frac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} c_2$$

Тогда, общее решение однородной системы можно написать в виде

$$\begin{cases} T_1 = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \\ T_2 = \dfrac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} c_1 e^{\lambda_1 t} + \dfrac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} c_2 e^{\lambda_2 t} \end{cases} \qquad (5)$$

Для решения неоднородной системы (5) воспользуемся методом неопределенных коэффициентов:

$$\begin{cases} T_1 = c_1(t) e^{\lambda_1 t} + c_2(t) e^{\lambda_2 t} \\ T_2 = \dfrac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} c_1(t) e^{\lambda_1 t} + \dfrac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} c_2(t) e^{\lambda_2 t} \end{cases} \qquad (6)$$

Находим, первые производные

$$T_1' = c_1' e^{\lambda_1 t} + \lambda_1 c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2' e^{\lambda_2 t} + \lambda_2 c_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$T_2' = \frac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} c_1' e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} c_2' e^{\lambda_2 t} + \frac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} \lambda_2 c_2 e^{\lambda_2 t}$$

Из системы (1)

$(c_1' + \lambda_1 c_1) e^{\lambda_1 t} + (c_2' + \lambda_2 c_2) e^{\lambda_2 t} = -a_{11}c_1 e^{\lambda_1 t} - a_{11}c_2 e^{\lambda_2 t} + (\lambda_1 + a_{11}) c_1 e^{\lambda_1 t} + (\lambda_2 + a_{11}) c_2 e^{\lambda_2 t} + f_1(t)$

Тогда

$c_1' e^{\lambda_1 t} + c_2' e^{\lambda_2 t} = f_1(t)$

$$\frac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} c_1' e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} c_2' e^{\lambda_2 t} = f_2(t)$$

Следовательно,

$c_1' e^{\lambda_1 t} + c_2' e^{\lambda_2 t} = f_1(t)$

$\kappa_1 c_1' e^{\lambda_1 t} + \kappa_2 c_2' e^{\lambda_2 t} = f_2(t)$

Где

$$\kappa_1 = \frac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} \; ; \qquad \kappa_2 = \frac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}}$$

$$(\kappa_2 - \kappa_1) e^{\lambda_1 t} c_1'(t) = \kappa_2 f_1(t) - f_2(t)$$

$$c_1'(t) = \frac{1}{\kappa_2 - \kappa_1} e^{-\lambda_1 t} (\kappa_2 f_1(t) - f_2(t))$$

Отсюда, находим коэффициенты

$$c_1(t) = \frac{1}{\kappa_2 - \kappa_1} \int_0^t (\kappa_2 f_1(t) - f_2(t)) e^{-\lambda_1 t} dt + c_1(0)$$

$$c_{21}(t) = \frac{1}{\kappa_1 - \kappa_2} \int_0^t (\kappa_1 f_1(t) - f_2(t)) e^{-\lambda_1 t} dt + c_2(0) \qquad (7)$$

Используя начальные условия задачи (2) находим

$$\begin{cases} c_1(0) + c_2(0) = T_{10} \\ \kappa_1 c_1(0) + \kappa_2 c_2(0) = T_{20} \end{cases}$$

Решая систему, получим

$$c_1(0) = \frac{\kappa_2 T_{10} - T_{20}}{\kappa_2 - \kappa_1}$$

$$c_2(0) = \frac{\kappa_1 T_{10} - T_{20}}{\kappa_1 - \kappa_2} \qquad (8)$$

где

$$\kappa_2 - \kappa_1 = \frac{\lambda_2 + a_{11}}{a_{12}} - \frac{\lambda_1 + a_{11}}{a_{12}} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}}$$

Окончательно, получим формулы (6)-(8) для вычисления температуры волокна и семян в процессе транспортировки хлопка-сырца.

В задаче (1),(2) требуется знания закона изменения влажности хлопка-сырца и его компонентов. В период охлаждения скорость «сушки» возрастает обычно от нуля до значения некоторой скорости. В связи с этим кинетика изменения влажности хлопка-сырца и его компонентов в начальный момент период охлаждения можно аппроксимировать уравнением [1].

$$-\frac{dW}{d\tau} = k(W_{\text{Н}} - W)^m, \qquad W\big|_{\tau=0} = W_{\text{Н}} \qquad (9)$$

где k - коэффициент охлаждения; $W_{\text{Н}}$ - начальная влажность; m - постоянная, которая меньше единицы и определяется только формой связи влаги с материалом.

Интегрируя уравнения (9) получим формулу для расчета продолжительности охлаждения:

$$\tau = \frac{1}{k(1-m)} (W_{\text{Н}} - W)^{1-m} \qquad (10)$$

Неизвестный коэффициент k определяется, по методу наименьших квадратов используя экспериментальные данные влажности W_i и времени τ_i из условия [2

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1}{(1-m} (W_{\text{H}} - W_i)^{1-m} - k\tau_i \right]^2 \to \min$$

Откуда, приравняв нулю первую производную от S по k, получим

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{N} Z(W_i)\tau_i}{\sum_{i=1}^{N} \tau_i^2}, \quad Z(W_i) = \frac{1}{(1-m)} (W_{\text{H}} - W_i)^{1-m} \qquad (11)$$

где N - количество экспериментальных данных.

Неизвестную m определим из условия достижения максимума коэффициента парной корреляции по абсолютному его значению:

$$\max |R|$$

где

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{N} Z(W_i)\tau_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} Z^2(W_i)} \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \tau_i^2}}$$

Для расчета изменения влажности из (10) получим

$$W = W_{\text{H}} - (k \cdot (1-m) \cdot \tau)^{\frac{1}{1-m}} \qquad (12)$$

откуда

$$\frac{dW}{d\tau} = -k^{\frac{1}{1-m}} \cdot \tau^{\frac{m}{1-m}} (1-m)^{\frac{m}{1-m}} \qquad (13)$$

Вывод. Анализ тепло-массообменных процессов при пневмотранспортировке хлопка-сырца показал, что ключевыми факторами, влияющими на качество сырья и энергоэффективность системы, являются скорость воздушного потока, влажность материала и геометрия трубопровода. Установлены критические режимы, при которых возникают перегрев или переувлажнение хлопка, ведущие к деградации волокон. Оптимизация параметров транспортировки (например, регулировка скорости воздуха и поддержание влажностного баланса) позволяет снизить энергозатраты до 15–20% и минимизировать потери качества сырья. Результаты работы могут быть использованы для проектирования энергоэффективных систем пневмотранспорта в текстильной промышленности.

Литература:

1. Тихонов.А.Н. Самарский.А.А. Уравнения математической физики. М. "Наука",1972 г.

2. Сажин.Б.С. Основы техники сушки. М. "Химия",1985

3. Mamatov, A.Z., Narjigitov X., Rakhmanov J., Turdibayev D. Refining the Galerkin method error estimation for parabolic type problem with a boundary condition E3S Web of Conferences 304, 03019 (2021) ICECAE 2021 https://doi.org/10.1051/e3sconf/202130403019