ЗАДАЧА ПОИСКА НА ГРАФАХ ПРИ С ВЫСВЕЧИВАНИЕМ

Наржигитов Хусанбай - кандидат физ–мат.наук, доцент кафедры «Математике» Гулистанский государственный университет
Нарбаев Фаррух - старший преподаватель кафедры «Математике», Гулистанский государственный университет
Умаров Хабибулла – старший преподаватель кафедры «Математике», Гулистанский государственный университет

Настоящая работа посвящена изучению экстремальных задач динамического поиска на графах.

Задачи поиска вообще и на графах в частности составляют сравнительно новое направление теории управляемых систем.

Основной результат этой работы состоит из доказательства задач поиска в случае высвечивания.

Ключевые слова: граф, ребре, вершина, инвариантность, информированность, подобие, существование верхней и нижней оценки.

Рассматривается задача поиска подвижной точки на геометрическом графе. Пусть Γ – конечный связанный граф без петель, вложенный в пространство $\boldsymbol{R}^3$ так, что каждое ребро представляется спрямляемой жордановой дугой конечной длины. По графу Γ движутся точки P и Q в соответствии с уравнениями:

$$(P):\ \dot{x} = u,\ |u| \le \rho,\ x \in \Gamma, \qquad (1)$$

$$(Q):\ \dot{y} = v,\ |v| \le \sigma,\ y \in \Gamma. \qquad (2)$$

Допустимым управлением точки P (соответственно Q) является измеримая функция $u(\cdot)$ (соответственно $v(\cdot)$), заданная на произвольном промежутке времени $[\alpha, \beta]$, такая, что выполняется соотношение (1) (соответственно (2)) при заданном начальном условии $x(\alpha) = x_0 \in \Gamma$ $\left(y(\alpha) = y_0 \in \Gamma\right)$. При этом допустимая траектория точки P (соответственно Q), соответствующая начальной точке $x_0 \in \Gamma$ (соответственно $y_0 \in \Gamma$) и управлению $u(\cdot)$ (соответственно $v(\cdot)$), определяется как абсолютно–непрерывная функция $x(\cdot, x_0, \alpha, u(\cdot))$ (соответственно $y(\cdot, y_0, \alpha, v(\cdot))$) со значениями в $\boldsymbol{R}^3$, являющаяся решением задачи Коши

$$\dot{x} = u(t),\ \ x(\alpha) = x_0 \ \ (\dot{y} = v(t),\ \ y(\alpha) = y_0)$$

и удовлетворяющая условию $x(t) \in \Gamma$ $\left(y(t) \in \Gamma\right)$ при всех $t \in [\alpha, \beta]$.

В постановке Н.Н.Петрова задачи поиска (Γ, ρ, σ) игрок P не имеет никакую информацию о движении точки Q. В настоящем работе изучается задача поиска в более общей постановки. Согласно этой постановке, точка P пользуется, наряду с информацией об исходных данных Γ, ρ и σ, также

определенной текущей информацией. Цель точки P – обнаружить точку Q, (т.е. чтобы точки P и Q совпали) пользуясь имеющейся у нее информацией.

В отличии минимаксной задачи поиска в этой постановке задачи поиска присутствует игровой элемент: если в минимаксной постановке для решения задачи поиска требуется построение допустимого управления в виде функции $u(t)$, гарантирующего завершение поиска, то учет поступающей текущей информации требует построение стратегии поиска. Здесь исследуется влияние такой информированности на условие разрешимости задачи поиска для двух типов текущей информации.

Задача А. Решить задачу поиска, когда в каждый текущий момент времени точке P становится известным ребро, на котором находится точка Q.

Здесь следует уточнить ситуацию, когда Q достигнет конца ребра, скажем, узловую вершину V. Эта вершина V одновременно принадлежит и остальным ребрам, инцидентным к V. Здесь предполагается, что если точка Q оказалась на какой-то вершине, то точке P известна информация об этом и при этом она сохраняет и информацию о том, по какому ребру точка Q достигла вершину V.

Теорема 1. Если граф Γ является деревом, то для разрешимости задачи А необходимо и достаточно лишь условие $\rho > 0$.

Необходимость очевидна. Достаточность также доказывается просто: пусть P находится на какой-то вершине V. Тогда $\Gamma \setminus V$ распадается на поддеревья, причем точке P известно, на каком из них находится точка Q. Пусть это будет поддерево Γ_1. Соседний к V вершину дерева Γ_1 обозначим V_1 и предпишем точке P двигаться к вершине V_1 по ребру VV_1. После достижения точкой P вершины V_1 множество $\Gamma_1 \setminus V_1$ распадается также на несколько поддеревьев и т.д. В конце-концов точка P прижмет точку Q на одно из концевых ребер и завершит поиск. Теорема доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ga1 S. Control and Optimization. 1979, vol. 17, № 1.
2. Петров Н.Н. Дифференциальные уравнения. 1987, том 23, №3.
3. Азамов А., Норжигитов Х. Узбекский математический журнал. 1991, №4.
4. Narjigitov, X., Jamuratov, K., Umarov, X., & Xudayqulov, R. (2023). SEARCH PROBLEM ON GRAPHS IN THE PRESENCE OF LIMITED INFORMATION ABOUT THE SEARCH POINT. *Modern Science and Research*, *2*(5), 1166-1170.