К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ВБЛИЗИ НОВЫХ ВОДОХРАНИЛИЩ И КАНАЛОВ

Кенгаш Жамуратов - кандидат физ–мат.наук, доцент кафедры «Математике»
Гулистанский государственный университет
Мирмухамедов Джуман - старший преподаватель кафедры «Математике»,
Гулистанский государственный университет
Умаров Хабибулла - старший преподаватель кафедры «Математике»,
Гулистанский государственный университет

В данной работе исследуется фильтрация вблизи новых водохранилищ и каналов с учетом испарения. Математической моделью исследуемой задачи является краевая задача с неизвестной границей для уравнения Буссинеска.

Ключевые слова. Фильтрация, грунтовые воды, испарение, неизвестная граница, некорректная задача, критическая глубина, уровень грунтовых вод, уравнение Вольтерра.

Устройство водохранилищ и каналов коренным образом изменяет гидрогеологические и мелиоративные условия прибрежных территорий.

Повышение горизонта воды в гидротехнических сооружениях вызывает подъем (подбор) поверхности грунтового потока на прилегающих к ним территориях и в ряде случаев создаёт угрозу подтопления города, населённых пунктов, промышленных предприятий, также засоления и заболачивания, ценных для сельского хозяйства земель.

Грунтовые воды могут приносить для народного хозяйства как пользу, так и вред, поэтому задача состоит в том, чтобы управлять режимом грунтовых вод в интересах народного хозяйства.

Климат орошаемой зоны Центральной Азии и Казахстана континентальный, характеризуется сухостью воздуха, высокой температурой, малым количеством выпадения атмосферных осадок. Вследствие неглубокого залегания на огромной территории Узбекистана, грунтовые воды интенсивно расходуются на испарение. Испарение является важнейшей расходной статьей водного баланса любой территории. Следовательно, изучение и анализ её водного режима не могут быть проведены достаточно полно без учёта испарения.

В районах орошаемого земледелия осадки не выпадают или выпадают в незначительном количестве, а грунтовые воды часто залегают на небольшой глубине. Интенсивность испарения существенным образом зависит от глубины залегания грунтовых вод(ГВ).

С.Ф.Аверьянов на основе обобщения материалов экспериментальных исследований проведёнными разними авторами, предложил зависимость

$$\varepsilon^{-}=\begin{cases}\varepsilon_0\cdot(1-\dfrac{y}{y_0}),\ y<y_0\\ 0,\qquad\qquad y\geq y_0\end{cases}\qquad(1)$$

Здесь ε^{-}-испарение при глубине стояния ГВ. ε_0 интенсивность испарения с зеркала грунтовых вод, когда последнее совпадает с поверхностью почвы; y_0 - критическая глубина стояния ГВ, начиная с которой наблюдается их заметное расходование на испарение; n-показатель степени, изменяющийся от 1 до 3.

Критическая глубина y_0, изменяется при разных почвах от 1,4 до 4 м.

Д.Рамдас (Ramdas) поставивший серию опытов предложил зависимость

$$\varepsilon^{-}=\varepsilon_0 10^{n_1 y}\qquad(2)$$

Здесь y-глубина стояния ГВ всем; n_1-коэффициент пропорциональности, изменяющийся для разных грунтов от 0,05 до 0,0083.

В работае К.С.Ходжаева проанализирована следующая зависимость для испарения

$$\varepsilon^{-}=\varepsilon_0\left(1-\frac{y}{y_0}\right)\cdot\left(1-\frac{y}{y_0+l}\right),\qquad(3)$$

где l-некоторая постоянная, определяемая из полевых опитов. В этой работе приводится анализ теоретических и экспериментальных исследований по определению испарения из капиллярно простых тел с учётом гидродинамических и теплофизических факторов, геометрий пор.

Зависимость (1)-(3) по видимому ещё не полно описывает процесс испарения, так как ε^{-}, вообще говоря, зависит также от времени, например при одинаковом залегании уровня грунтовых вод (УГВ) интенсивность испарения будет различной днем и ночью летом и зимой и т.д. Поэтому зависимость ε^{-} от УГВ и времени целесообразно учитывать в следующем виде

$$\varepsilon=\varepsilon^{-}\begin{Bmatrix}f(h-h_{kp}),\ h>h_{kp}\\ 0,\qquad\qquad h\leq h_{kp}\end{Bmatrix},\qquad(4)$$

где $f(z,t)$ достаточно гладкая по первому аргументу и кусочно гладкая по второму аргументу функция, которая обладает свойствами

$$f(0,t)=0;\ \ f(z,t)>0,\ \ f_z(z,t)>0,\ \ z>0,\qquad(5)$$

постоянную ε_0, входящую в зависимость (1) можно считать включенной в функцию f, h -УГВ отсчитываемый от водоупора, h_{kp}-критический УГВ, соответвующий критической глубине, y_0, t-время.

И так поставим следующую задачу:

Найти функции $h(x,t)$ и $l(t)$, $l(t_0)=0$ из следующих условий

$$\frac{\partial h}{\partial t}=a^2(x)\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}-\frac{\varepsilon}{\mu},\ \ (x,t)\in\Omega_{t_0}^{\infty}\setminus\{x:x=l(t)\}\qquad(6)$$

$$h(0,t)=\psi(t);\ h(x,t_0)=\varphi(x);\ h(x,t)|_{x\to\infty}=h_e \qquad (7)$$

$$h(l(t)-0,t)=h(l(t)+0,t)=h_{kp}=const>0 \qquad (8)$$

$$\pi_1\frac{\partial h(x,t)}{\partial x}|_{x=l(t)-0}=\pi_2\frac{\partial h(x,t)}{\partial x}|_{x=l(t)+0} \qquad (9)$$

Здесь φ,ψ достаточно гладкие функции, причём $\psi(t_0)=\varphi(0)=h_{kp}$, μ - коэффициент водоотдачи, h_e-начальный уровень воды в пласте; π_1 и π_2- некоторые средние значения $h(x,t)$ соответственно из промежутка

$$[h_{kp},h_m] \text{ и } [h_e,h_{kp}];\ h_m=\max\psi(t);$$

$\Omega_{t_0}^{\infty}=\{(x,t):0<x<+\infty,\ 0<t<T\}$, t_0 -есть момент, когда уровень воды в канале достигнет отметки $h_{kp}=h(0,t_0)$

$$a^2(x)=\begin{cases} a_1^2=k\cdot\dfrac{\pi_1}{\mu},\ \ h>h_{kp}\ (0<x<l(t)), \\ a_2^2=k\cdot\dfrac{\pi_2}{\mu},\ \ h>h_{kp}\ (l(t)<x<\infty), \end{cases}$$

k-коэффициент фильтрации. Коэффициенты k и μ считаются постоянными. Задача (6)-(9) является задачей с неизвестной границей, приближённое решение которой получено в квазистационарном приближении для близких к t_0 значений времени t В данной работе задача (6)-(9) для любого $t>t_0$ редуцирована к системе нелинейных интегральных уравнений Вольтерра. При этом одно из уравнений в системе является уравнением Вольтерра первого рода, а остальные второго рода. Как известно, задача решения уравнения первого рода является, вообще говоря, не корректно поставленной задачей.

В связи с тем, что для решения этой задачи (системы) применен метод регуляризации А.Н.Тихонова, т.е. вместо исходной системы решена регуляризованная (корректная) система.

Суть метода квазистационарного приближения заключается в том, что подвижная (неизвестная) граница заменяется (замораживается) некоторой постоянной величиной $l(s)=const>0$. В результате задача (6)-(9) становится двухслойной с неподвижной границей $l(s)$, функция Грина которой построена в [3,385- стр].

Определяя начальную функцию $\varphi(x)$ равенством $u(x,t_1-0=\varphi(x))$ и пологая кривую $x=l(t)$ известной, рассматриваются две вспомогательные задачи:

Задача-1. Найти решение $U_1(x,t)$ задачи

$$\frac{\partial U_1}{\partial t}a_1^2\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}-\frac{1}{\mu}f(U_1-\psi_0,t),\ 0<x<l(t),\ t_1<t<T$$

$$U_1|_{t=t_1}=\varphi_1(x),\ 0\le x\le l_0,\ U_1|_{x=0}=\psi(t)|_{x=l(t)-0}=\varphi_0$$

Задача -2. Найти решение $U_2(x,t)$ уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial U_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}, \ l(t) < x < \infty, \ t_1 < t < T$$

Удовлетворяющее условиям

$$U_1|_{t=l_1+0} = \varphi_2(x), \ l_0 \le x < \infty \ (l(t_1 - 0) > 0),$$
$$U_1|_{t=l_1(t)+0} = \psi_0; \ U_2|_{x\to\infty} = 0, \quad t > t_1$$

Продолжая нулём функцию $U_1(x,t)$ для значений $x > l(t)$ в случае задачи 1 и вводя новую переменную $l(s) = const > 0$ в случае задачи 2, приходим в обоих случаях к первой краевой задаче на полупрямой $x > 0$. Дале пользуясь интегральным представлением решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности и требуя выполнения условия (9), получаем систему четырёх нелинейных интегральных уравнений Вольтерра относительно неизвестных функций $U_1, U_2, U_{2x}, l(t)$ Полученная система исследована на корректность.

Литература

1. П.Я.Полубаринова-Кочина, Теория движения грунтовых вод. М.: Наука,1977, 664 с.

2. Жамуратов, К., Умаров, Х. Р., & Турдимуродов, Э. М. (2024). О решении методом регуляризации одной системы функциональных уравнений с дифференциальным оператором (Doctoral dissertation, Белорусско-Российский университет)

3. Умаров, Х.Р. Решение задачи о притоке к математическому совершенному горизонтальному дренажу / Х.Р.Умаров, К.Жамуратов // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – № 3 (8-4). – С. 303–307.

4. ЖАМУРАТОВ, К., УМАРОВ, Х. Р., & АЛИМБЕКОВ, А. Решение одной задачи движения грунтовых вод в области с подвижной границей при наличии испарения. НАУЧНЫЙ АЛЬМАНАХ Учредители: ООО" Консалтинговая компания Юком, 81-84.

5. К Жамуратов, ФШ Исматуллаев Об автомодельном решении задачи нестационарного движения грунтовых вод вблизи водохранилища при наличии нелинейного испарения - Научный альманах, 2018

6. К Жамуратов, ХР Умаров ЧИСЛЕННОЕ И АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ДИНАМИКЕ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ НАЛИЧИИ НЕЛИНЕЙНОГО ИСПАРЕНИЯ научных исследований XXI века: теория и практика, 2015