PARABOLIK TIPDAGI CHIZIQLI FILTRATSIYA TENGLAMASINI CHEGARAVIY MASALALARI

Ermonova Mohinur Umidjon qizi - Guliston davlat pedagogika instituti tayanch doktoranti
Ochilova Guldona - Guliston davlat pedgogika instituti talabasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada parabolik tipdagi filtratsiya tenglamasini chegaraviy masalalarini chekli ayirmalar usuli yordamida sonli yechishning qisqacha nazariy asoslari, hisob algoritmi, na’munaviy misol yechimi, mustaqil o‘zlashtirishga oid adabiyotlar, dasturiy vosita va undan foydalanish bo‘yicha ko‘rsatmalar keltirilgan. Filtratsiya jarayonini o‘rganish texnika rivojida doimo muhim o‘rin egallab kelgan. Darcy qonuniga asoslangan filtratsiya jarayonlari parabolik tipdagi differensial tenglamalar yordamida modellashtiriladi. Ko‘pgina hollarda parabolik tipdagi tenglamalarni yechimini analitik usulda topish juda murakkab, ayrim hollarda imkonsizdir. Shu sababli so‘ngi yillarda parabolik tipdagi differensial tenglamalarni yechishning sonli usullari yaratilib, keng qo‘llanilib kelinmoqda. Bugungi kunga kelib xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni hisoblash teexnikalarining takomillashishi hisobiga bir qancha yutuqlarga erishilmoqda.

Kalit so‘zlar: filtratsiya, darcy qonuni, boshlang‘ich va chegaraviy shartlar, chekli ayirma, aproksimatsiya, oshkor sxema, oshkormas sxema, tugun nuqda, to‘r soha.

Filtratsiya jarayonlarini tavsiflash bo‘yicha dastlabki tadqiqotlar XIX asrda boshlangan bo‘lib fransuz olimi Anri Darsi (1856) suyuqliklarning g‘ovak muhitlarda oqib qonuniyatlarini o‘rganib, Darsi qonunini keltirib chiqardi.

G‘ovak muhitda suyuqliklarning mexanikasiga bag‘ishlangan dastlabki ikkita kitob Masket tomonidan nashr etilgan (1937, 1949). Ushbu kitoblar muallifning muhim hissasi tufayli tarixiy ahamiyatga ega. Grunt suvlari harakati nazariyasiga oid kitob SSSRda Polubarinova-Kochina (1952) tomonidan chop etilgan bo‘lib, unda analitik yechimga ega bo‘lgan bir fazali filtratsiya masalalari keltirilgan.

Shaydegger (1974) tomonidan g‘ovak muhitda suyuqliklarning fizikasi bo‘yicha sharh taqdim etilgan. Ushbu kitob, asosan, tadqiqotchilar uchun mo‘ljallangan bo‘lib, yer osti kollektorlaridan neft qazib olish masalalariga bag‘ishlangan.

Kollinz (1961) asarida neft konlarini rivojlantirishning nazariy va amaliy jihatlari muhokama qilingan.

Filtratsiya deb, g‘ovak muhitda flyuidlarning (neft, suv, gaz) harakatiga aytiladi. Bu jarayon bosim taqsimoti notekis bo‘lganda sodir bo‘ladi. Filtratsiya jarayoni g‘ovak muhitning g‘ovakligi, flyuidning yopishqoqligi, yuqori bosimli gaz konlaridagi filtratsiya jarayoni qaralganda gazni suyultiruvchi koeffitsient va boshqa xarakteristikalarga bog‘liq bo‘ladi. Amaliyotning ko‘plab masalalarida muhitning ichida va uning chegaralarida filtratsiya tezligi turlicha bo‘ladi. Filtratsiya jarayoniga tashqi omillar ham ta’sir qilishi mumkin, masalan tashqi bosim, qazib olish tezligi, quduq debiti kabi.

Flyuidlarning nostatsionar filtratsiya tenglamasi dekart koordinatalar sistemasida quyidagicha yoziladi:

$$\beta mh\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kh}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{kh}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{kh}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)+F_{\omega}(x,y,z,t,p) \quad (1)$$

Bu tenglama muhitning ixtiyoriy nuqtasidagi bosimi $p(x,y,z,t)$ ning vaqt bo'yicha va fazoviy o'zgarishi orasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Bu yerda, $\mu-$ flyuidning yopishqoqlik koeffitsienti; $\beta-$ flyuidning elastiklik koeffitsienti; $m(x,y,z)-$ g'ovaklik koeffitsienti; $h(x,y,z)-$ qatlam effektivligi; $k(x,y,z)-$ o'tkazuvchanlik koeffitsienti; $F_{\omega}(x,y,z,t,p)-$ tashqi ta'sir.

tenglama filtratsiya jarayonlarining ko'plab variantlarini tavsiflaydi. Ko'p sonli variantlar ichidan bittasini tanlab olish va uning to'la matematik tavsifini berish uchun (1) tenglamaga geometrik, fizik, boshlang'ich va chegaraviy shartlarni o'z ichiga olgan bir qiymatlilik shartlarini qo'shimcha kiritish zarur. O'rganilayotgan jarayon uchun geometrik shartlar muhitning o'lchamlarini aniqlab beradi. Fizik shartlar esa muhitning va flyuidning xarakteristikalarini aniqlab beradi. Vaqt bo'yicha boshlang'ich shartlar boshlang'ich vaqt momentida muhitda bosimning taqsimlanishini ifodalab beradi:

$$t=0:\ p(x,y,z,t)=p_0(x,y,z)-umumiy\ xol.$$

Chegaraviy shartlar jismning sirtida jarayonning kechishi xususiyatlarini ifodalaydi va ular bir nechta uslublarda berilishi mumkin:

Birinchi tur chegaraviy shartlar - muhitning sirtida yoki uning chegaralarida bosim taqsimoti har bir vaqt momenti uchun beriladi:

$$p=p_{\omega}(x,y,z,t),$$

bu yerda, $p_{\omega}-$ muhit sirtidagi bosim.

Ikkinchi tur chegaraviy shartlar – jismning sirtidagi har bir nuqtasi yoki uning chegaralari uchun filtratsiya tezligi qiymati ixtiyoriy vaqt momentida beriladi:

$$-\frac{kh}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial \vec{n}}\right)_{\omega}=v_{\omega}(x,y,z,t),$$

Bu yerda, $\vec{n}-$ muhit sirtiga o'tkazilgan normal; $v_{\omega}-$ muhit sirtidagi filtratsiya tezligi.

Uchinchi tur chegaraviy shart – qatlam o'tkazuvchanligi hisobiga hosil bo'lgan filtratsiya tezligi va tashqi muhitdan kelayotgan bosim hisobiga hosil bo'lgan filtratsiya tezligi orasidagi o'zaro bog'lanish berilgan:

$$-\frac{kh}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial \vec{n}}\right)_{\omega}=\alpha(p_{\omega}-P_{am})_{\omega},$$

Bu yerda $\alpha=const.$

To'rtinchi tur chegaraviy shart – turli xil xarakteristikadagi qatlamlar orasida filtratsiya jarayonini aniqlash uchun qo'yiladi (masalan, ko'pqatlamli muhit uchun filtratsiya jarayoni masalasini yechishda), tutash chegaralarning har ikkala tarafi bo'yicha bosim va filtratsiya tezligi tengligi shartini beradi:

$$-K_1\left(\frac{\partial p_1}{\partial \vec{n}}\right)_{\Gamma}=-K_2\left(\frac{\partial p_2}{\partial \vec{n}}\right)_{\Gamma},\quad p_1(x_{\Gamma},y_{\Gamma},z_{\Gamma},t)=p_2(x_{\Gamma},y_{\Gamma},z_{\Gamma},t),$$

Bu yerda, $x_{\Gamma},y_{\Gamma},z_{\Gamma}-$ muhitlarning tutash chegarasi koordinatalari; $p_1,\ p_2-$ o'zaro tegib turgan muhitlarning bosimlari; $K=\frac{kh}{\mu}$.

Yuqoridagi bir qiymatlilik shartlari bilan berilgan (1) differensial tenglama filtratasiya jarayoni chegaraviy masalasining to'la matematik ifodasini beradi.

Nostatsionar filtratsiya jarayoning aniq chegaraviy masalasini yechishda matematik modellashtirish usullarini qo'llab, masalaning umumiy matematik qo'yilishida sezilarli soddalashtirishlarga erishish mumkin. Masalan, agar qaralayotgan jarayon uchun:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}, \qquad \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$$

bo'lsa, u holda (1) tenglama o'rnida filtratsiya jarayonining bir o'lchovli nostatsionar tenglamasi bilan cheklanish mumkin:

$$\beta m h \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kh}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + F_\omega(x,t,p) \qquad (2)$$

Bu tenglama bir qiymatlilik shartlari bilan birgalikda chegaraviy masalaning soda matematik qo'yilishini ifodalaydi. Juda ko'plab amaliy masalalar mavjudki, ular uchun (2) tenglamaning yechimi qaralayotgan jarayonni yetarlicha tavsiflaydi.

Amaliyotda ba'zi hisoblash jarayonlarida silindrik yoki sferik simmetriyaga ega bir o'lchovli masalalarni yechish zarurati tug'iladi. Bunday hollarda tabiiy koordinatalar sistemasi mos ravishda $(r,\varphi)-$ silindrik yoki $(r,\theta,\varphi)-$ sferik bo'ladi. Bir o'lchovlilik sabab (2) tenglamada barcha miqdorlar θ,φ butchaklarga bog'liq bo'lmaydi, u holda (2) o'zgaruvchan koeffitsientli parabolik tipdagi filtratsiya tenglamasi mos koordinatalarda quyidagicha yoziladi:

$$\beta m h \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r^\nu}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(K\cdot r^\nu \frac{\partial p}{\partial r}\right) + F_\omega(r,t,p),$$

bu yerda, $r-$ radial koordinata; $\nu-$ simmetriya ko'rsatgichi bo'lib, tekis, silindrik va sferik hollar uchun 0,1,2 ga teng.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Bear J., "Dynamics of Fluids in Porous Media", Elsevier, 1972.
2. Pinder G.F., Gray W.G., "Finite Element Simulation in Subsurface Hydrology", Springer-Verlag, 1980.
3. Toth J., "A Theoretical Analiysis of Groundwater Flow in Small Drainage Basins", Journal of Geophysical Research, 1963.
4. Helmig R., "Multiphase Flow and Transport Prosesses in thi Subsurfase", Springer-Verlag, 1997.
5. Sadikov R.T., "Bo'lakli bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqliklar filtratsiya jarayonlarini matematik modellashtirish", Toshkent, 2021.
6. Aminov S.M., "Bir jinsli bo'lmagan qatlamli g'ovak muhitda neft va gaz filtratsiyasi jarayonini matematik modellashtirish", Toshkent, 2023.
7. Xolmatova I.I., "Ko'p qatlamli g'ovak muhitlarda suyuqlik va gaz filtratsiyasi jarayonlarini matematik modellashtirish", Monografiya, Toshkent, 2024.
8. Mahmudov N.N., Tursunov M.A., Eshev S.S., Asadova X.B., "Yer osti gidravlikasi", Darslik, Toshkent, 2015.
9. Конюхов В., Конюхов И., Численние модель, алгоритмы и программное обеспечение для количественной оценки импульсно-амплитудново воздействия имплозии на пористо-трешиноватию среду в нижней части скважини // Материалы симпозиума IEEE "Восток-Запад", 2018.
10. Alimov I., To'xtanazarov D.S., Ko'p qatlamli plastlardagi suyuqlik filtratsiyasi masalasining modellari va yechish usullari // Hisoblash va amaliy matematika muammolari. №1 2016, 5-12 b.