ANIZATROP MODDALARDA TEKIS KUCHLANISH VA TEKIS DEFORMATSIYA SHOLATLARI

Sayfiyeva Muxlisa - Qarshi davlat universiteti “Amaliy matematika” mutaxasisligi magistranti

Anizotrop moddalar - bu fizik xossalari shar xil yo‘nalishlarda turlicha bo‘ladigan moddalar. Ya’ni, bunday moddalarda issiqlik o‘tkazuvchanligi, elektr o‘tkazuvchanligi, sinish ko‘rsatkichi, elastiklik kabi xususiyatlar moddaning yo‘nalishiga bog‘liq holda o‘zgaradi.

Anizotropiyaning asosiy turlari:

1. **Optik anizotropiya**

Bu moddaning yorug‘likni qanday sinishi yoki yutishi turli yo‘nalishlarda farq qilishidir. Masalan, kristallar (kvars, slyuda) optik anizotrop hisoblanadi.

2. **Elektrik anizotropiya**

Elektr toki turli yo‘nalishlarda turlicha o‘tadi. Masalan, grafit – elektr o‘tkazuvchanligi qatlam bo‘ylab yuqori, qatlamlarga perpendikulyar yo‘nalishda past.

3. **Issiqlik anizotropiyasi**

Issiqlikni o‘tkazish xususiyati modda ichida turlicha yo‘nalishda turlicha bo‘ladi. Bu holat ko‘pincha kristallarda kuzatiladi.

4. **Mexanik anizotropiya**

Kuch ta’sirida modda har xil yo‘nalishlarda turlicha deformatsiyalanadi. Bu holat metall plastinkalarda, kompozit materiallarda ko‘rinadi.

Tekis kuchlanish - bu mexanikada qo‘llaniladigan tushuncha bo‘lib, u jismning faqat ikki o‘lchamda (tekislikda) kuchlanishga uchragan sholatini ifodalaydi. Bu sholatda uchinchi o‘lcham (odatda z -yo‘nalish) bo‘yicha kuchlanishlar e’tiborga olinmaydi yoki juda kichik bo‘lib, e’tiborga olinmaydi.

Tekis deformatsiya holati - bu deformatsiya faqat ikki o‘lchamda sodir bo‘ladigan holat bo‘lib, uchinchi yo‘nalishda (odatda z -yo‘nalish) o‘zgarish (deformatsiya) yo‘q deb qaraladi.

Bu sholatda:

- $\varepsilon_x \neq 0$
- $\varepsilon_y \neq 0$
- $\gamma_{xy} \neq 0$
- $\varepsilon_z = 0$ deb olinadi - ya’ni, z -yo‘nalishda cho‘zilish yoki siqilish yo‘q.

Bu ideal sholat bo‘lib, amaliyotda juda uzun jismning qisqa bir kesimida kuzatiladi (masalan: baland devor, uzun trubaning kesimi).

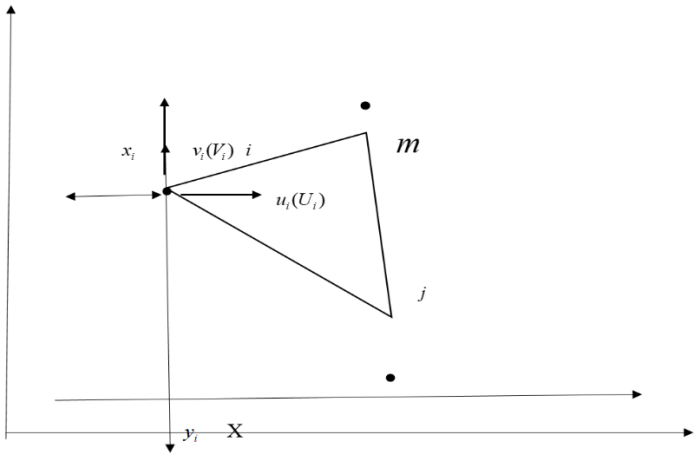
1 Siljish funksiyalari

1-rasmda i, j, m tugunlari bilan soat miliga teskari tartibda raqamlangan odatiy uchburchak element ko‘rsatilgan. Shar bir tugunning siljishi ikkita komponentga ega

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

va elementning oltita siljish komponentlari vektorni tashkil qiladi

$$\{\delta\}^{\beta} = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \end{Bmatrix} \qquad (2)$$



1-rasm Yassi kuchlangan yoki yassi deformatsiyalangan holatni hisoblash uchun uzluksiz muhit elementi

Element ichidagi siljishlar bu oltita miqdor bilan bir qiymatli aniqlanishi kerak. Shubhasiz, eng oddiy ifoda chiziqli polinomlardir

$$\begin{bmatrix} u = a_1 + a_2 x + a_3 y, \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} v = a_4 + a_5 x + a_6 y. \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Oltita doimiy (a_i)ning qiymatlarini (3) ga tugun koordinatalarini qo'yish va tenglashtirish natijasida olingan ikkita uchta tenglamadan osonlik bilan topish mumkin.

Siljishlar va ularning ifodalari

Masalan, quyidagi tenglamalarni yozamiz:

$$\begin{bmatrix} u_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i, \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_j = a_1 + a_2 x_j + a_3 y_j, \end{bmatrix} \qquad (4)$$

$$\begin{bmatrix} u_m = a_1 + a_2 x_m + a_3 y_m. \end{bmatrix}$$

Bu tenglamalardan $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ ni tugunlardagi siljishlar $(u_i,\ u_j,\ u_m)$ orqali ifodalab, yakuniy natijani quyidagicha olamiz:

$$u = \frac{1}{2\lambda}((a_i + b_i x + c_i y)u_i + (a_j + b_j x + c_j y)u_j + (a_m + b_m x + c_m y)u_m) \qquad (5a)$$

bu erda:

$$\left[a_i = x_j\, y_m - x_m\, y_j,\right]$$

$$\left[b_i = y_j - y_m = y_{\{jm\}},\right] \qquad (5b)$$

$$\left[c_i = x_m - x_j = x_{\{mj\}}.\right]$$

Qolgan koeffisientlar $(i,\ j,\ m)$ indekslarining aylana almashinishi orqali olinadi va (2λ) miqdori quyidagi munosabat bilan aniqlanadi:

$$2\Delta = det\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} = 2\cdot(\text{uchburchak } ijm \text{ yuzasi}). \qquad (5d)$$

Xuddi shu tarzda, vertikal yo'nalishdagi siljish (v) ni sham ifodalash mumkin:

$$v = \frac{1}{2\Delta}((a_i + b_i x + c_i y)v_i + (a_j + b_j x + c_j y)v_j + (a_m + b_m x + c_m y)v_m) \qquad (6)$$

Garchi bu bosqichda buning zarurati bo'lmasa ham, (5a) va (6) munosabatlarni standart shaklda quyidagicha yozish mumkin:

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N]\{\delta\}^e = [IN_i', IN_j', IN_m']\{\delta\}^e \qquad (7)$$

bu erda (I) — 2×2 o'lchamdagi birlik matrisa, va

$$N_i' = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta}, \qquad (8)$$

Eslatma: agar koordinatalar boshini elementning og'irlik markaziga olsak, u holda:

$$x_i + x_j + x_m = y_i + y_j + y_m = 0 \text{va } a_i = \frac{2\Delta}{3} = a_j = a_m.$$

2. To'liq deformatsiya

Element ichidagi shar qanday nuqtadagi to'liq deformatsiyani uchta komponent bilan tavsiflash mumkin, ular ichki ishga hissa qo'shadi:

$$\{\varepsilon\} \equiv \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \qquad (9)$$

(7) yoki (5a) va (6) tenglamalardan foydalanib, quyidagilarni olamiz:

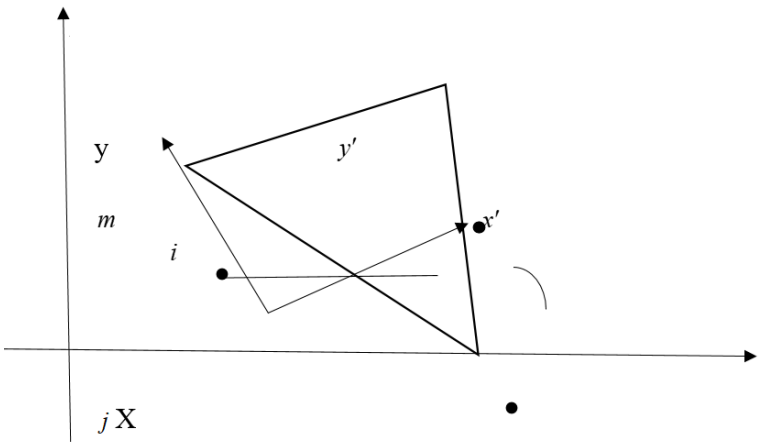
$$(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i'}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial N_j'}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial N_m'}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N_i'}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial N_j'}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial N_m'}{\partial y} \\ \dfrac{\partial N_i'}{\partial y} & \dfrac{\partial N_i'}{\partial x} & \dfrac{\partial N_j'}{\partial y} & \dfrac{\partial N_j'}{\partial x} & \dfrac{\partial N_m'}{\partial y} & \dfrac{\partial N_m'}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix} (\delta)^e, \qquad (10)$$

Bu esa tenglamadagi $([B])$ matrisasini aniq belgilaydi. shuni ta'kidlash kerakki, bu holda $([B])$ matrisasi element ichidagi nuqta koordinatalariga bog'liq emas va Shuning uchun deformatsiya elementda doimiy bo'ladi.

3. Boshlang'ich deformatsiya (harorat deformatsiyasi)

Boshlang'ich deformatsiyalar, ya'ni kuchlanishlarga bog'liq bo'lmagan deformatsiyalar, turli sabablarga ko'ra paydo bo'liShi mumkin. Qisqarish, kristallarning o'sishi yoki eng ko'p uchraydigan holatda harorat o'zgarishlari bunday deformatsiyalarga olib keladi. Umuman olganda, boshlang'ich deformatsiyalar turli sabablarga ko'ra paydo bo'lishi mumkin, masalan, qisqarish, kristallarning o'sishi yoki eng ko'p uchraydigan holatda harorat o'zgarishlari. Bu boshlang'ich deformatsiyalar quyidagi vektor bilan tavsiflanadi:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix} \qquad (11)$$



2-rasm qatlamli (transversal-izotrop) materialni hisoblash uchun element

Garchi bu boshlang'ich deformatsiyaning miqdori, umuman olganda, element ichidagi nuqta koordinatalariga bog'liq bo'lishi mumkin bo'lsa-da, odatda u doimiy deb hisoblanadi va element bo'yicha o'rtacha qiymatga teng deb qabul qilinadi. Bu qabul qilingan siljish funksiyasiga mos keladigan doimiy deformatsiya shartiga mos keladi. shunday qilib, izotrop materialning tekis kuchlanish holati uchun, (θ') haroratgacha qizdirilgan element uchun chiziqli kengayish koeffisienti (α) bo'yicha quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (12)$$

chunki issiqlik kengayishi paytida siljish deformatsiyalari mavjud emas.

Tekis deformatsiya holati biroz murakkabroqdir. Tekis deformatsiya taxmini shuni anglatadiki, issiqlik kengayishi paytida x, y tekisligiga perpendikulyar tekislikda kuchlanishlar paydo bo'ladi, hatto boshqa kuchlanish komponentlari bo'lmasa ham.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Streng G., Fiks Dj. Teoriya metoda konechno'x elementov. – M.: Mir, 1977
2. Zenkevich O. Metod konechno'x elementov v texnike – M.:Mir,1975.
3. Polatov A.M., Ikramov A.M., Razmukshamedov D. Finite element model multiplyconnecteed tshree-dimensional areas. Advances in Computational Design, 2020, Vol.5, No.3,p.277-289.