TAQQOSLASH MUNOSABATI

Bomurotov Sherbek Najmiddinovich - Guliston davlat pedagogika instituti o‘qituvchisi,
Berdiyorova Dilafro‘z Yodgor qizi - Guliston davlat pedagogika instituti talabasi

Kalit so‘zlar: Modul, taqqoslanuvchi, taqqoslama.

Agar a va b ni n ga bo‘lganda ularning qoldiqlari bir xil bo‘lsa, yoki boshqacha aytganda, n | (a − b) bo‘lsa, u holda ikki butun son a va b modul n bo‘yicha taqqoslanuvchi deyiladi, Bu holatda quyidagicha yoziladi:

a ≡ b (mod n).

Masalan,

−27 ≡ 15 (mod 7), chunki −27 = 7·(−4) + 1, va 15 = 7·2 + 1; boshqacha qilib aytganda, 15 − (−27) = 42, va 7 | 42.

Boshqa tomondan, 5 ≢ −4 (mod 7), chunki 5 = 7·0 + 5, lekin −4 = 7·(−1) + 3; boshqacha qilib aytganda, 5 − (−4) = 9, va 7 ∤ 9.

Taqqoslash munosabatining xossalari

1. Taqqoslash munosabati — bu ekvivalentlik munosabati, ya’ni:

• a ≡ a (mod n) — har qanday butun son a uchun;

• agar a ≡ b (mod n) bo‘lsa, unda b ≡ a (mod n);

• agar a ≡ b (mod n) va b ≡ c (mod n) bo‘lsa, unda a ≡ c (mod n).

2. Agar a ≡ b (mod n) bo‘lsa, unda har qanday butun kasrli koeffitsiyentli ko‘phad f(x) uchun:

f(a) ≡ f(b) (mod n).

3. a ≡ b (mod n) ⇔ ka ≡ kb (mod kn), bu erda k ∈ N.

4. a ≡ b (mod n) ⇔ ka ≡ kb (mod n), bu erda k ∈ Z, va (k, n) = 1.

5. $\begin{cases} \bullet\ a \equiv b \pmod{n_2} \\ \bullet\ a \equiv b \pmod{n_2} \\ \quad\quad \dots \\ \bullet\ a \equiv b \pmod{n_k} \end{cases}$ a ≡ b (mod M), bo‘lsa, unda:bu erda M = [n_1, n_2, …, n_k]

Demak, birinchi xossaning isboti ta’rifdan kelib chiqadi:

a ≡ a (mod n), chunki a − a = 0, va n | 0;

Agar a ≡ b (mod n) bo‘lsa, unda n | (a − b), demak n | (b − a), ya’ni b ≡ a (mod n);

Agar a ≡ b (mod n) va b ≡ c (mod n) bo‘lsa, unda n | (a − b) va n | (b − c), shundan kelib chiqadiki, n | ((a − b) + (b − c)) = a − c, ya’ni a ≡ c (mod n).

Shunday qilib, taqqoslash munosabati refleksivlik, simmetriklik va tranzitivlik xossalariga ega, ya’ni bu ekvivalentlik munosabati hisoblanadi.

Qolgan xossalarning isbotlari ham o‘xshash tarzda olib boriladi; ularni, masalan, (3)-manbada topish mumkin.

Taqqoslamalarni ba’zi misollarda qo‘llanishi

1. Agar $f(x) = 15x^3 - 33x^2 + 7$ berilgan bo‘lsa, f(86) ni 11 ga bo‘lgandagi qoldiqni toping.

Yechim: Masalani echish uchun barcha koeffitsiyentlarni 11 ga bo‘lgandagi eng kichik (modul bo‘yicha) qarama-qarshi sonlar bilan almashtiramiz:

- $86 \equiv -2 \pmod{11}$
- $15 \equiv 4 \pmod{11}$
- $33 \equiv 0 \pmod{11}$
- $7 \equiv -4 \pmod{11}$

Shunday qilib:

$f(86) \equiv f(-2) \pmod{11}$ ga teng bo‘ladi.

Topilgan qarama-qarshi koeffitsiyentlar va x=-2 qiymatni ifodaga qo‘yib hisoblaymiz:

$f(-2) = 4\cdot(-2)^3 - 0\cdot(-2)^2 - 4 = 4\cdot(-8) - 0 - 4 = -32 - 4 = -36 \equiv -3 \equiv 8 \pmod{11}$

Javob: f(86) ni 11 ga bo‘lgandagi qoldiq 8 ga teng.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1.Ayupov Sh.A., Omirov B.A., Xudoyberdiyev A.X., Haydarov F.H. “Algebra vasonlar nazariyasi” o‘quv qo‘llanma; Toshkent – 2019.

2. Деза Е.И., Котова Л.В., “Сборник задач по теории чисел” Учебное пособие; Москва , “ЛИБРОКОМ”, 2012 й.