CHEGARAVIY SHATLARDA VAQT BO‘YICHA HOSILA QATNASHGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

Xamzaqulov Erjigit Abdubasharovich
GulDPI “Pedagogika” fakulteti stajyor o‘qituvchisi.
e-mail: xamzaquloverjigit25@gmail.com

Annotatsiya: Matematik fizik tenglamalariga tegishli bo‘lgan “Chegaraviy shartda vaqt bo‘yicha olingan hosila ishtirok etgan issiqlik tarqalish tenglamasi” va unga keluvchi matematik modellar ularni yechish usullari ushbu ishda batafsil bayon etilgan. Bundan tashqari yechish usuli sifatida asos qilib Galerkin metodi olingan va uning yordamida olingan yechim turg‘unligi ko‘rsatib õtilgan.

Kalit so‘zlar: Hosila,matematik model, galekin usuli, chegaraviy shart, issiqlik tarqalish tenglamasi, turg‘unlik,tenlamalar sistemasi, aniq yechim, taqribiy yechim.

Annotation: The "Heat conductivity equation with time derivative under boundary conditions"" and related mathematical models, related to mathematical physics equations, are described in detail in this work. In addition, Galerkin's method was used as the basis of the solution method, and the stability of the solution obtained using it was shown.

Key words: Derivation, mathematical model, Galekin method, boundary condition, heat dissipation equation, stability, system of equations, exact solution, approximate solution.

Masalaning fizik jihatdan qo‘yilishi. Qator dolzarb texnik muammo(masala)larni tadqiq etishda, izlanayotgan funksiyadan vaqt bo‘yicha hosilani o‘z ichiga olgan chegaraviy shartli parabolik tipdagi aralash masalani o‘rganish zarurati yuzaga keladi. Bunday tipdagi masalalar, masalan, temperaturasi uning barcha nuqtalarida bir xil bo‘lgan jism sirti yaxshi aralashgan suyuqlik bilan yuvilganida paydo bo‘ladi . Umumiy massasi M^1 bo‘lgan, yaxshi aralashgan suyuqlikka tushirilgan R radiusli izotrop doiraviy silindrni qaraylik.Boshlang‘ich vaqt momentida silindr U_0 temperaturagacha tekis isitiladi, suyuqlikning boshlang‘ich temperaturasini esa nolga teng qilib qo‘yilgan bo‘lsin deb faraz qilaylik. Belgilashlarni kiritamiz: $u^1(t)$ — suyuqlik temperaturasi, $u(r,t)$ — silindr temperaturasi, a —silindr moddasining issiqlik o‘tkazuvchanligi, C — uning nisbiy issiqlik sig‘imi. Shunday faraz qilaylikki, silindr chetlarida issiqlik almashinuvi mavjud emas va silindr materiali va suyuqlikning barcha xarakteristikalari temperaturaga bog‘liq emas.

Silindr ichidagi temperatura maydoni

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

Issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi

$$u(r,0) = u_0,\ r \le R;\ u^1(0) = 0$$
$$u(r,R) = u'(t), \qquad t > 0$$
$$\frac{2acM}{R}\frac{\partial u}{\partial r} = -c^1 M^1 \frac{\partial u}{\partial t}, \quad r = R$$

Boshlang‘ich va chegaraviy shartlar bilan aniqlanadi.

Izlanayotgan funksiyadan vaqt bo‘yicha hosilani o‘zida saqlovchi shunga o‘xshash masalalar keng sersuv daryo tubining issiqlik rejimini o‘rganishda yuzaga keladi. Sirtli birjinslimaslik (metallar sirtining cho‘g‘lanishi(qizishi), suyuq metallning kristallanishi, issiqlik zarbasi masalalari va boshqalar) termofizik jarayonlarni o‘rganishda nochiziqli chegaraviy shartlar paydo bo‘ladi.

Xusussan, induksion pech induktoriga birjinsli izotrop jism joylashtirilgan bo‘lsa, u holda nostatsionar temperature maydoni aniqlanishi matematik jihatdan nochiziqli chegaraviy shartli issiqlik tarqalish tenglamasini yechishga keltiriladi, bu holda chegaraviy shart izlanayotgan funksiyadan vaqt bo‘yicha hosilani o‘z ichiga oladi:

$$\begin{cases} \gamma\dfrac{\partial u}{\partial t} = \Delta u\,, x \in \Omega,\ \ 0 < t \le T;\ \delta, \gamma, a_1, a_2 = const \\ \delta\dfrac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \dfrac{\partial u}{\partial n} + \delta u = a_1 - a_2 u^4, \quad x \in \partial\Omega \end{cases}$$

Qayd etib o‘tamizki, chegarlangan sohaning butun chegarasida berilgan, nostatsionar chegaraviy shartli umumiy parabolik tenglama uchun chegaraviy masalaning korrektligi isbotlangan.

M.L.Rasulovning kitoblarida chegaraviy shartida izlanayotgan funksiyadan vaqt va normal bo‘yicha aralash hosilani o‘zida saqlovchi parabolik tipdagi masalalar konturli integral metodi bilan tadqiq etiladi.

Yu. Mitropolskiy va uning hamkasblari ishlari umumlashgan va klassik yechimlar mavjudligini isbotlashga bag‘ishlangan.

Bundan tashqari, bu ishlarda qaralayotgan H Gilbert fazosida Galerkin bo‘yicha taqribiy yyechimlarning turg‘unligi tadqiq etilgan.

Maxsus ko‘rinishdagi chegaraviy masalalar va maxsus ko‘rinishdagi kordina funksiyalari tekis metrikada Galerkin bo‘yicha taqribiy yyechim turg‘unligi isbotlangan. ishda D.B.Topolyanskiy va Ya. M. Zasrudskiy ikki turg‘unlik tushunchasini farqlaydilar: turg‘unlik va umumlashgan turg‘unlik.ulardan birinchisi M.A. Beliyev ta’rifiga yaqin bo‘ladi, bir vaqtning o‘zida turg‘unlik tushunchasini kengaytiradi, aynan, boshlang‘ich vaqt momentida izlanayotgan funksiya koeffitsiyentlari uchun tenglamalar sistemasini yechish paytida paydo bo‘ladigan qo‘zg‘alishni qo‘shimcha ravishda hisobga oladi.Umumlashgan turg‘unlik deganda S.G. Mixlinning turg‘unlik tushunchasi tushuniladi. Qaralayotgan Gilbert fazosida taqribiy yechimlarning turg‘unligi tadqiq etilgan. Bu turg‘unlik koordinata sistemasining kuchli minimalligi faraz etilib o‘rnatilgan.

Monoton koeffitsiyentlar bo‘lgan holda, umumlashgan yechimning mavjudligi va yagonaligi Galerkin metodi bilan isbotlanadi. Keyin Galerkin metodi yaqinlashish tezligi bahosini hosil qilingan.

Ishning amaliy qiymati shundan iboratki, dissertatsiyad ko‘rilayotgan masalaning taqribiy yyechimi aniq yechimdan qanchalik og‘ganini(chetlanganini) baholash imkoniyatini beradi. Keyinchalik, dissertatsiyada o‘tkazilgan turg‘unlik tatqiqoti yaqinlashish tartibi oshganida taqribiy yechim xatoligi sezilarli darajada oshmaydigan koordinata funksiyalarini shunday tanlash imkoniyatini beradi.

Nihoyat, eng umumiy belgilashlar ro‘yxatini keltiramiz. E_m simvoli m o‘lchovli yevklid fazosini anglatadi, $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ –undagi ixtiyoriy nuqta. $\Omega - E_m$ da chegaralangan soha.

L_2 normada

$$\|u_n(t) - u(t)\|^2_{L_2(\Omega)} \le ch, \quad h = \frac{T}{n}$$

Va

$W_p^1(\Omega)$ normada

$$\|u_n(t) - u(t)\|_{W_p^1(\Omega)} \le ch^{\frac{1}{2p}}$$

xatolikning bahosi hosil qilinadi, W_p^1— baho barcha $\xi, \eta \in E_{m+1}$ lar uchun

$$\sum_{i=1}^{m}[a_i(x,\xi) - a_i(x,\eta)](\xi_i - \eta_i) \ge c|\xi - \eta|^p$$

shartda hosil qilingan.

Chegaraviy shartda vaqt bo‘yicha hosilasiz parabolc tipdagi kvachiziqli masala yyechimi mavjudligi va yagonaligi isboti uchun Galerkin metodi ko‘plab avtorlar: Brauder, Lions, Vishik, Ladijinskaya, Uralseva, Dubinskiy va boshqalar tomonidan qo‘yilgan.

Klassik kvazichiziqli parabolic masalaning galerkin metodi bo‘yicha taqribiy yyechimi xatoligioptimal bahosini olish bilan amerikalik matematiklar Douglas, du Pont, Dendi, Viler, Rachvord va boshqalar shug‘ullanishgan.

Douglas va du Pont Galerkin metodining $H^1 = W_2^1$ – xatolik bahosini va vaqt bo‘yicha Galerkin metodining bir nechta diskret sxemalarini, xususan, kvachiziqli parabolik masalalarga qo‘llaniladigan Galerkin – Kranka –Nicolson metodini hosil qildilar. Agar unda taqribiy yyechim qidiriladigan $\Omega = (0,1) \times (0,1)$ va $M = M_h$ qism fazo shunday bo‘lakli nominal funksiyalarning fazosi bo‘ladi deb da’vo qilinadi, unda barcha $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2) : 0 \le \alpha_1, \alpha_2 \le m-1$ lar uchun $D_\alpha g(x) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{\partial}{\partial x_2}\right)^{\alpha_2} g(x)$ lar Ω sohada va $g(x)\sum_{i,j}^{m-1} C_{i,j}\, x^i x^j$ ko‘rinishidagi ko‘phad bo‘ladi.

XULOSA. Ushbu maqolada issiqlik tarqalish tenglamasiga oid chegaraviy masala, boz ustiga chegaraviy shartda keltirilgan vaqt bo‘yicha hosila o‘rin egallaydi va uning barobarida unga

keltiluvchi matematik model ko‘rsatib o‘tildi. Bu model tenglamasi aniq va taqribiy usulda yechildi va shuningdek masalaning taqribiy yechimiga oid ba’zi teoremalar keltirildi va isbotlandi. Adabiyotlar tahlili asosida avval o‘rganilgan tadqiqotlar natijalaridan unumli foydalangan holda, o‘z nazariy qarashlarimiz ushbu ishda ilgari surildi.

ADABIYOTLAR

1. SH.M. Mirziyoyev. “Erkin va farovon, demokratik O‘zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz”. Toshkent-«O‘zbekiston» - 2016. 56 bet
2. SH.M.Mirziyoyev. “Tanqidiy tahlil, qathiy tartib - intizom va shaxsiy javobgarlik - har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo‘lishi kerak”. Toshkent: “O‘zbekiston”, 2017. - 104 b.
3. SH.M. Mirziyoyev. “Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz” Toshkent-«O‘zbekiston» - 2017. 488 bet.
4. SH.M. Mirziyoyev . “Qonun ustuvorligi va inson manfaatlarini tahminlash-yurt taraqqiyoti va xalq farovonligining garovi” Toshkent-«O‘zbekiston»-2017.48 bet
5. Mamatov A.Z. Primeneniya metoda Galerkina k nekotoromu kvazilineynomu uravneniyu parabolicheskogo tipa // Vestnik LGU,-1981.-№13.-p.37-45.
6. Mamatov A.Z., Djumabaev G. Ob odnoy zadache parabolicheskogo tipa s divergentnoy glavnoy chastyu // p.53 /inter. Scientifical practical conference., VSTU, Vitebsk, Repub. Belaruss ».- 2020 г.
7. Mamatov A.Z., Baxramov S. Priblijennoe reshenie metoda galerkina kvazilineynogo uravneniya s granichnym usloviem, soderjahiy proizvodnuyu po vremeni ot iskomoy funktsii // Uzbekistan-Malaysia International Scientific Online Conference Proceedings,.NUuz, 24-25 august 2020 y., p.239
8. Xamzaqulov, E. (2024). DERIVATIVE OF A MODULAR FUNCTION AND ITS ANALYSIS BY LEARNING METHOD. Modern Science and Research, 3(2), 943-946.
9. Xamzaqulov, E., & To’xtayeva, A. (2024). THE CONCEPT OF NUMERIC AND LETTER EXPRESSIONS IN PRIMARY GRADES. EXPRESSION WITH VARIABLE. Modern Science and Research, 3(2), 90-93
10. Raxmonov, J. T., Xamzaqulov, E. A., & qizi Xamzaqulova, S. S. (2023). BA’ZI ANIQMAS INTEGRALLARNI YECHISHDA UCHRAYDIGAN MUAMMOLAR VA UNI TA’LIM METODI BILAN TAHLILI. Innovative Development in Educational Activities, 2(18), 87-91.
11. Xamzaqulov, E. (2024, May). BOSHLANG‘ICH SINFLARDA MATEMATIKA O‘QITISHNING METODIK TAHLILI. In *NEW RENASSAINCE CONFERENCE* (Vol. 1, No. 2, pp. 22-26).
12. .Xamzaqulov, E. (2024, May). BOSHLANG‘ICH SINFLARDA MATEMATIKA O‘QITISHNING METODIK TAHLILI. In *NEW RENASSAINCE CONFERENCE* (Vol. 1, No. 2, pp. 22-26).
13. .Abdubasharovich, X. E. (2024). MODULLI FUNKSIYANING HOSILASI VA UNI TA’LIM METODI BILAN TAHLILI.
14. Xamzaqulov, E. (2024, May). BOSHLANG‘ICH SINFLARDA MATEMATIKA O‘QITISHNING METODIK TAHLILI. In *NEW RENASSAINCE CONFERENCE* (Vol. 1, No. 2, pp. 22-26).