MATEMATIK MODELLASHTIRISH YORDAMIDA YOSHLAR ORASIDA JINOYATCHILIKNING TARQALISHINI TADQIQ QILISH

Eshdavlatova S.E. – Toshkent shahridagi Belarus-O'zbekiston qo'shma tarmoqlararo amaliy texnik kvalifikatsiyalar instituti tayanch doktoranti;
Raufov H.R. – Toshkent Davlat Transport Universiteti o'qituvchisi;
Matyoqubova N.X. – Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti magistranti;

Bizning jamiyatimiz bugungi kunda ko'plab qiyinchiliklarni boshdan kechirmoqda va yoshlar orasida jinoyatchilik ular orasida eng katta muammolardan biridir. Qurolli talonchilik, zo'rlash, qotillik, terrorizm, o'g'irlik, diniy ekstremizm va hokazo kabi qo'pol qonun buzilishi, jinoyatchilar deb nomlanuvchi kam sonli shaxslar tomonidan amalga oshiriladigan jinoyat harakatidir. Chunki ko'p sabablarga ko'ra, butun dunyo bo'ylab doimiy ortib bormoqda. Umumiy aholining jinoiy bo'lmagan va jinoiy faol aholining o'zaro ta'siri jinoyatchilikka olib kelishi mumkin. Bundan tashqari, jinoiy faoliyat ishsizlik, tengsizlik va to'lovlar kabi ko'plab holatlarga ta'sir qilib kelmoqda. Doimiy ravishda jinoyat bilan bog'liq bo'lgan ishtirok – bu jazo. Qamoq yoki reabilitatsiya markazlariga yuborish kabi jazolar jinoyatchilarni jinoyat sodir etishni kamaytiradi. Inson xulq-atvori tabiatan oldindan aytish qiyin emas, shunga ko'ra, jinoyat va jinoiy xulq, ham mos ravishda bir chiziqli bo'lmagan tizimi tomonidan sodir etilishi mumkin. Jinoyat uchun eng yaxshi tavsiflangan model bu ijtimoiy yuqumli kasallik modelidir.

Oddiy differensial tenglamalar yordamida jinoyatchilik uchun matematik model shakllantirish va yuqorida keltirilgan bo'lib, so'nggi bir necha yil davomida tahlil qilindi. Bu yerda ishlatiladigan bir xil sezgir infektsiyalangan tiklanish (SIR) modeli [1-5] kabi ko'plab ijtimoiy muammolarni o'rganish uchun ishlatilgan.

Umumiy aholini quyidagilarga bo'lish orqali chiziqli bo'lmagan model taklif qilingan:

(i) sezgir bo'lmagan aholi ya'ni jinoyatchilikdan xabarsiz;

(ii) sezgir aholi ya'ni jinoyatchilikning zararlaridan xabardor;

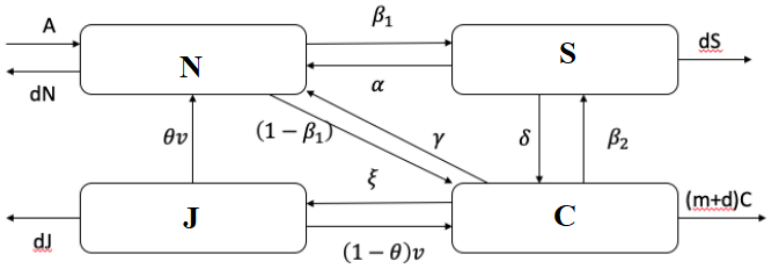
(iii) jinoiy aholi ya'ni jinoyatchilik bn shug'ullangan

(iv) qamoqdagi aholi ya'ni jinoyatchilik qilish orqali qamalgan.

Matematik modelning tadqiq qilish jarayonida quyidagi ishlarni ko'rib chiqamiz: farazlar orqali matematik modelni qurish, turli xil muvozanat holatlarni aniqlash, turg'unlikni tahlil qilish.

Matematik model umumiy aholisi (T) bo'lgan mintaqani hisobga olgan holda ishlab chiqilgan va u turmush tarziga qarab farq qiladigan to'rt toifaga (N, S, C va J)

bo'lingan[6-9]. N jinoiy hayotga qiziqishi bo'lmagan shaxslarni ifodalaydi, S jinoiy harakatlarni qilishga moyilligi bor bo'lgan shaxslar ya'ni shunday shaxslarki shu kungacha jinoyatlarni davom ettirmaganlar, ammo jinoiy faoliyatga nisbatan zaif, C ko'plab noqonuniy faoliyatlarda faol bo'lgan faol jinoyatchilarni anglatadi. J asosan sodir etilgan jinoyatlar uchun jazo sifatida qamoqxonalarda yashovchi jinoyatchilar bo'lgan mahbuslarni bildiradi.



1-rasm: Jinoyatchilik dinamikasining sxematik diagrammasi

Jinoyatchilikni modellashtirishda ko'rib chiqiladigan parametrlar 1-rasmda ko'rsatilgan va keyingi chiziqli bo'lmagan differentsial tenglamalar tizimi orqali aniqlangan:

$$\begin{aligned}
\frac{dN}{dt} &= A - \frac{\beta_1 NS}{T} + \alpha S - \frac{(1-\beta_1)NC}{T} + \gamma C + \theta \nu J - dN \\
\frac{dS}{dt} &= \frac{\beta_1 NS}{T} - \frac{\beta_2 SC}{T} + \delta C - (\alpha + d)S \\
\frac{dC}{dt} &= \frac{\beta_2 SC}{T} + \frac{(1-\beta_1)NC}{T} + (1-\theta)\nu J - (\xi + \gamma + \delta + m + d)C \\
\frac{dJ}{dt} &= \xi C - (\nu + d)J
\end{aligned} \qquad (1)$$

Va quyidagi boshlang'ich shartlar bilan.

$$\begin{aligned}
&N(0) = N_0 \geq 0 \\
&S(0) = S_0 \geq 0 \qquad (2) \\
&C(0) = C_0 \geq 0 \\
&J(0) = J_0 \geq 0
\end{aligned}$$

β_1 - bu jinoyatchilikdan holi shaxslarni jinoyatchilik qilishga moyilligi bor bo'lgan shaxslarga aylantirish tezligi,

α - bu jinoyatchilik qilishga moyilligi bor shaxslar jinoyatchilikka aralashuv/oldini olish parametri,

β_2 - bu jinoyatchiga moyil bo'lgan shaxslar darajasi,

δ - bu jinoiy faoliyatni tark etishgan va maslahat yoki o'z qarori bilan sezgir sinfga qaytishga qaror qilgan shaxslarni anglatadi.

ξ - bu jinoyatchilarning jinoiy faoliyatni tark etishi va maslahat yoki o'z qarori bilan sezgir bo'lmagan sinfga qaytish darajasi

$(1-\beta_1)$- sezilmaydigan shaxslarning jinoyatchilar bilan aloqa qilish va jinoyatchilarga aylanish darajasi.

$(1-\theta)$- teskari siljish tezligi.

$\frac{1}{v}$- qamoqxonaning o'rtacha davomiyligini beradi.

A - muhojirlar soni,

μ - tabiiy o'lim darajasi va

m - jinoyat bilan bog'liq o'lim darajasi.

Yechimning musbatligi va chegaralanganligi. Yuqorida keltirilgan bosqichlar asosida modelni tadqiq qilamiz: Yechimning mavjudligini quyidagi teorema orqali keltiramiz:

Teorema1. Aytaylik, $D=\left\{(N,S,C,J)\in R_+^4 : N(0)>0, S(0)>0, C(0)>0, J(0)>0\right\}$, berilgan bo'lib, barcha $t\geq 0$ uchun musbat va chegaralangan bo'lsa, u holda (1) sistema yechimga ega bo'ladi.

Isbot. Isbotni ikki bosqichda amalga oshiramiz: birinchi modelning musbat ekanligini ko'rsatamiz, ikkinchidan modelning chegaralanganligini ko'rsatamiz.

Matematik jihatdan ma'noga ega bo'lishi uchun yechimlar musbat va chegaralanganligi muhimdir [10,11]. Yuqoridagi (1) tenglama sistemasidagi N(t), S(t), C(t) va J(t) larning har birini musbatligini tekshiramiz:

$$\frac{dN}{dt}\geq -\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}+\mu\right)N$$

Bu tengsizlikni ikkala tomonidan 0 dan t gacha integrallasak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_0^t \frac{dN}{dt}\geq -\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}+\mu\right)N$$

$$\int_0^t \frac{dN}{N(t)}\geq -\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}+\mu\right)dt$$

$$\ln N(t)\Big|_0^t \geq -\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}+\mu\right)dt$$

$$\ln N(t)-\ln N(0)\geq -\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}+\mu\right)dt$$

$$\ln N(t)-\ln N(0)\geq -\int_0^t \mu dt-\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}\right)dt$$

$$\frac{N(t)}{N(0)}\geq e^{-\mu t-\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}\right)dt}$$

$$N(t) \geq N(0)e^{-\mu t-\int_0^t\left(\frac{\beta_1 S}{T}+\frac{(1-\beta_1)C}{T}\right)dt} \qquad (2)$$

Xuddi shu tartibda qolgan sinflarga, ham qo'llab, integrallab va soddalashtirib musbat ekanligini ko'rishimiz mumkin

Endi model sistemamiz yechimining chegaralanganligini tekshirish uchun model tenglamalarini qo'shib, quyidagini ega bo'lamiz:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{dN}{dt}+\frac{dS}{dt}+\frac{dC}{dt}+\frac{dJ}{dt}=$$
$$=A-\frac{\beta_1 NS}{T}+\alpha S-\frac{(1-\beta_1)NC}{T}+\gamma C+\theta\nu J-dN+\frac{\beta_1 NS}{T}-\frac{\beta_2 SC}{T}+\delta C-(\alpha+d)S+$$
$$+\frac{\beta_2 SC}{T}+\frac{(1-\beta_1)NC}{T}+(1-\theta)\nu J-(\xi+\gamma+\delta+m+d)C+\xi C-(\nu+d)J=$$
$$=A-(dT+mC)$$

Bu yerda, $T=N+S+C+J+T$

Bu yechimlar shuni ko'rsatadiki, (1) model sistemasining ω soha chegaralangan, teorema to'liq isbot bo'ldi.

$$D=\left\{(N,S,C,J)\in R_+^4 : N(0)>0, S(0)>0, C(0)>0, J(0)>0\right\}$$

Jinoyatdan holi muvozanat nuqta (CFE). (Crime Free Equilibrium) ga ega bo'lishimiz uchun, (1) differensial tenglamalar sistemasining o'ng tomonini nolga tenglashtirib olamiz, shu holatda biz jinoyatdan holi bo'lgan muvozanat holatga erishamiz [6]. Shunday qilib, $N\neq 0, S=C=J=0$.

$$\begin{aligned}
&A-\frac{\beta_1 NS}{T}+\alpha S-\frac{(1-\beta_1)NC}{T}+\gamma C+\theta\nu J-dN=0\\
&\frac{\beta_1 NS}{T}-\frac{\beta_2 SC}{T}+\delta C-(\alpha+d)S=0\\
&\frac{\beta_2 SC}{T}+\frac{(1-\beta_1)NC}{T}+(1-\theta)\nu J-(\xi+\gamma+\delta+m+d)C=0\\
&\xi C-(\nu+d)J=0
\end{aligned} \qquad (3)$$

Tenglamalarni yechib, $N\neq 0, S=C=J=0$ ni hisobga olib, jinoyatdan holi bo'lgan muvozanat holatni topamiz va E_0 bilan belgilaymiz:

$$E_0=\{N,S,C,J\}=\left(\frac{A}{\mu},0,0,0\right) \qquad (4)$$

$$E_1=\{N,S,C,J\}=\left(\left(\frac{\alpha+\mu}{\beta_1}\right)\frac{A}{\mu},\left(1-\frac{\alpha+\mu}{\beta_1}\right)\frac{A}{\mu},0,0\right) \qquad (5)$$

Talaba yoshlarning o'rtasida jinoyatning tarqalishini tahlil qilish uchun chiziqli bo'lmagan model taklif qilingan, shuningdek, turg'unlik tahlili o'tkazilgan. Oddiy holatlarda jinoyatchilik yuqumli kasallikning tarqalishi sifatida modellashtiriladi. Bu yerda modellashtirish umumiy populyatsiyani sezgir bo'lmagan (N), sezgir(S), jinoiy(C) va qamoq(J)dagi populyatsiyalarga bo'lish orqali amalga oshiriladi va ular orasidagi bog'liqlik bir vaqtning o'zida oddiy chiziqli bo'lmagan differentsial tenglamalar bilan beriladi. Ularning o'zaro ta'siri muhim rol o'ynaydi Jinoiy faoliyatni bartaraf etish uchun R_0 chegara parametri keyingi avlod matritsasi yondashuvi

yordamida hisoblangan. Tahlil shuni ko'rsatadiki, qachon $R_0 < 1$, jinoiy faoliyat yo'qoladi, teskari bo'lganda esa $R_0 > 1$ jamiyatdagi talaba yoshlar o'rtasidagi jinoiy faoliyatning saqlanib qolishini ko'rsatadi. Shuningdek, α - bu jinoyatchilik qilishga moyilligi bor bo'lgan talabalar jinoyatchilikka aralashuv/oldini olish parametri va β_1 - bu jinoyatchilikdan holi talaba yoshlarni jinoyatchilik qilishga moyilligi bor bo'lgan shaxslarga aylantirish tezligi parametrlarining samaradorligini oshirish muhimdir [12,13].

Bu soha hali ko'plab muhokamalarga ega bo'lganligi sababli, ko'p javobsiz savollarga ega va xorijlik olimlar tomonidan tadqiqotlar olib borishda davom etishmoqda, shunga qaramay, kelajakda bu sohada keyingi tadqiqotlar uchun muhim imkoniyatlari mavjud.

Adabiyotlar ro'yxati

1. W.O.Kermack, A.G.McKendrick, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, Vol. 115, No. 772. (Aug. 1, 1927), pp. 700-721.
2. O. Danford, M. Kimathi, and S. Mirau "Mathematical modelling and analysis of corruption dynamics with control measures in Tanzania" *Journal of Mathematics and Informatics*, September 2020, Vol 19, pp 57-79.
3. S. Abdulrahman, Stability analysis of the transmission dynamics and control of corruption, *Pacific Journal of Science and Technology,* 15(1) (2014) 99–113. [1]
4. S. Athithan, M. Ghosh and X. Z. Li, Mathematical modeling and optimal control of corruption dynamics, *Asian-European Journal of Mathematics,* 11(6) (2018) 41-93.
5. S. R. Waykar "Mathematical modelling: A Comparatively Mathematical Study Model Base between Corruption and Development" article in IOSR Journal of mathematics. January 2013, Volume 6, Issue 2, pp 54-62.
6. H. T. Alemneh "Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics" August 2020, Volume 2020, Article ID 5109841, 13 pages.
7. M. A. Mikucki "Sensitivity analysis of the basic reproduction number and other quantities for infectious disease models" // Thesis Colorado State University Fort Collins, Colorado Spring 2012. 109 pages.
8. Omar, F. M., Sohaly, M A, El-Metwally, H.. Lyapunov functions and global stability analysis for epidemic model with n-infectious, Indian Journal of Physics, 2023, pp. 1-10, DOI: 10.1007/s12648-023-02895-6
9. H. S. Rodrigues, T. T. Monteiro and F. M. Torres "Sensitivity Analysis in a Dengue Epidemiological Model" Hindawi Publishing Corporation Conference Papers in Mathematics Volume 2013, Article ID 721406, 7 pages.
10. Jabborov N.M., Eshdavlatova S.E. Korrupsiyani matematik modellashtirish va dinamikasini nazorat choralari orqali tahlil qilish. O'zMU xabarlari. 2023 1/1. 13-20.
11. Jabborov N.M., Eshdavlatova S.E., To'ychiyev S.G'. O'zbekistonda sharoitida poraxo'rlikni oldini olishning matematik model asosidagi tahlili. «Amaliy matematika, matematik modellashtirish va informatikaning dolzarb muammolari» Respublika ilmiy konferensiya ma'ruzalar to'plami (24-25 may). 186-188.
12. A.K. Misra, Modeling the effect of police deterrence on the prevalence of crime in the society, Appl. Math. Comput. 237 (2014), 531-545.
13. M.B. Gordon, A random walk in the literature on criminality: a partial and critical view on some statistical analyses and modelling approaches. Eur. J. Appl. Math. 21 (2010), 283-306.