NORMALLANGAN BANAX FAZOLARI VA ULARNING BA'ZI XOSSALARI

Turdimurodov Elmurod Mirkomil o'g'li - Guliston davlat universiteti Matematika yo'nalishi magistatura talabasi
E-mail: elmurodturdimurodov1@gmail.com

Normallangan Banax fazolari - bu to'liq normali fazolar bo'lib, ularda vektorlar orasidagi masofa aniq o'lchanadi. Bu fazolarning asosiy xossalari quyidagilar:

- Normallash - Banax fazolarda har bir vektorga uning normasini (uzunligini) mos ravishda qiymat sifatida berish orqali normallash amalini amalga oshirish mumkin. Normallash vektorlar orasidagi masofani aniqlash uchun asos bo'ladi;
- Yakunlanganlik - Banax fazolar yakunlangan bo'lib, har qanday Koshi ketma-ketligi unda yig'iladi. Ya'ni Banax fazolarda ketma-ketlikning yaqinlashuvchi xossasi mavjud;
- Ajraluvchilik - Normallangan Banax fazolar ajraluvchi bo'lib, ixtiyoriy ikki turli vektorda ular orasida masofa mavjud. Bu xossa fazoda ixtiyoriy ikki vektor o'zaro aloqasizligi ma'nosini anglatadi;
- Fazo xossalari - Normallangan Banax fazolar fazo xossalariga ega, ya'ni unda vektor jamlamalar, limitlar, oraliqlar va boshqalar aniqlangan. Bu xossa Banax fazoni matematik analiz quroli sifatida ishlatishga imkon beradi;
- Funksionallar - Normallangan Banax fazolarda chiziqli va uzluksiz funksionallar mavjud bo'lib, ular Xan-Banax teoremasi asosida o'rganiladi.

Normallangan Banax fazolari funksional analiz, matematik fizika, optimal boshqaruv nazariyasi, differensial va integral tenglamalar kabi sohalarda keng qo'llaniladi.

Ta`rif−1. E−haqiqiy (kompleks) songa ko'paytirish bilan bilan kiritilgan chiziqli fazo bo'lsin.

Agar E chiziqli fazoning har bir x elementiga uning normasi deb ataluvchi va $\|x\|$ orqali belgilanuvchi manfiymas haqiqiy son mos qo'yilgan bo'lib, bu moslik:

$\|x\| \geq 0$, bundan tashqari$\|x\| = 0$ tenglik faqat va faqat x=0 bo'lgandagina o'rinli;

$\|\lambda x\| = |\lambda|\|x\|$;

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

Normal aksiomalarini qanoatlantirsa, u holda E to'plam chiziqli normalangan fazo deb aytiladi.Bu keltirilgan normaning 1-sharti ayniylik sharti deb, 2-sharti birjinslilik sharti deb, 3-sharti uchburchak tengsizligi deyiladi.Uchburchak tengsizligidan, $\|x - y\| \geq |\|x\| - \|y\||$ (1)

Tengsizlikni ham o'rinli ekanligini ko'rsatish mumkin. Haqiqatan ham, uchburchak tengsizligiga ko'ra $\|x\| = \|(x - y) + y\| \leq \|x - y\| + \|y\|$ bo'ladi. Bunda (1) tengsizlik kelib chiqadi.

Chiziqli normalangan fazoda metrikani $\rho(x,y) = \|x-y\|$ tenglik yordamida kiritish mumkin. Bu yerda masofa uchun kiritilgan barcha metrika aksiomalarining bajarilishini tekshirish qiyin emas.Chiziqli normalangan fazoda metrika kiritilgan ekanligidan biz $\{x_n\}$ elementlar ketma-ketligining x elementga yaqinlashishi ta`rifini ham kirita olamiz. Aynan, agar $n \to \infty$ da $\|x_n - x\| \to 0$ bo'lsa u holda $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ yoki $n \to \infty$ da $x_n \to x$ deb aytiladi. Shunday qilib, chiziqli normalangan fazoda aniqlangan yaqinlashish norma bo'yicha yaqinlashish deyiladi.

Ta'rif−2. Agar norma bo'yicha yaqinlashish ma`nosida berilgan chiziqli normalangan fazo to'la bo'lsa, u holda bu fazo Banax fazosi yoki B tipidagi deb aytiladi. Endi Banax fazolariga misollar keltiramiz:

1. Haqiqiy sonlarning n ta $x = (x_1, x_{2,\dots\dots,} x_n)$ tartiblangan sistemasi shaklidagi elementlarning R^n fazosi Banax fazosiga misol bo'ladi. Haqiqatan ham, bu fazoda $x = (x_1, x_{2,\dots\dots,} x_n)$ va $y = (y_1, y_{2,\dots\dots,} y_n)$ elementlar orasida qo'shish amali $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_{2,\dots\dots,} x_n + y_n)$ va λ haqiqiy songa ko'paytirish $\lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_{2,\dots\dots,} \lambda x_n)$ shaklda kiritiladi. Hamda $x = (x_1, x_{2,\dots\dots,} x_n)$ elementning normasi esa $\|x\| = (\sum_{k=1}^{n} {x_k}^2)^{\frac{1}{2}}$

Tenglik yordamida aniqlanadi. Bu R^n fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

2. Haqiqiy (kompleks) $C_{[a,b]}$ fazo Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda funksiyalarni qo'shish va funksiyani songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda x(t) funksiyaning normasi esa $\|x\| = \max\limits_{a\le t\le b} |x(t)|$

Tenglik bilan aniqlanadi. Bu $C_{[a,b]}$ fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

3. Haqiqiy (kompleks) l_p fazo Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda elementlarni qo'shish va elementlarni songa ko'paytirish amali aniqlangan.Hamda $x = (x_1, x_{2,\dots\dots,} x_n, \dots)$ elementning normasi esa $\|x\| = (\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^p)^{\frac{1}{p}}$

Tenglik yordamida aniqlanadi. Bu l_p fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

4. Haqiqiy (kompleks) $L_p[a,b]$ fazo Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda funksiyalarni qo'shish va funksiyani songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda x(t) funksiyaning normasi esa $\|x\| = (\int_a^b |x(t)|^p dt)^{\frac{1}{p}}$ tenglik yordamida aniqlanadi. Bu $L_p[a,b]$ fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

5. Haqiqiy sonlarning m fazosi Banax fazosi bo'ladi. Bu fazoda elementlarni qo'shish va elementlarni songa ko'paytirish amali aniqlangan. Hamda $x = (x_1, x_{2,\dots\dots,} x_n, \dots)$ elementning normasi esa $\|x\| = \sup\limits_i |x_i|$ tenglik bilan aniqlanadi. Bu m fazo Banax fazosi bo'lib undagi metrika avval kiritilgan metrika bilan ustma-ust tushadi.

6. $[a,b]$ oraliqda aniqlangan vas hu oraliqda k –tartibgacha uzliksiz hosilalarga ega bo‘lgan x(t) funksiyalarning fazosini qaraymiz. Bu fazoda funksiyalarni qo‘shish va funksiyani songa ko‘paytirish amali aniqlangan. Har bir x(t) funksiyaning normasi esa

$$\|x\| = max\left\{\max_{t\in[a,b]}|x(t)|, \max_{t\in[a,b]}\left|x^{(1)}(t)\right|, \ldots\ldots, \max_{t\in[a,b]}\left|x^{(k)}(t)\right|\right\}$$

Tenglik yordamida kiritiladi. Bunday normalangan Banax fazo Banax fazosi bo‘lib uni biz $C^k[a,b]$ orqali belgilaymiz. Bu fazo variasion hisob nazariyasida keng qo‘llaniladi. Umuman aytganda bu fazodagi normani ko‘pgina hollarda $\|x\| = \sum_{i=0}^{k}\max_{a\le t\le b}\left|x^{(i)}(t)\right|$ tenglik bilan kiritiladi. Har ikkala holda ham bu fazo Banax fazosi bo‘ladi.

Agar $n\to\infty$ da $x_n\to x$, $y_n\to y$, $\lambda_n\to\lambda$ bo‘lsa, u holda $\|(x_n+y_n)-(x+y)\|\le\|x_n-x\|+\|y_n-y\|$, $\|\lambda_n x_n-\lambda x\|\le|\lambda_n|\|x_n-x\|+|\lambda_n-\lambda|\|x\|$

munosabatlardan foydalanib $(x_n+y_n)\to x+y$, $\lambda_n x_n\to\lambda x$ ekanligini hosil qilamiz. Xuddi shuningdek (1) tengsizlikdan $|\|x_n\|-\|x\||\le\|x_n-x\|$ tengsizlik hosil bo‘ladi. Shunga ko‘ra, agar $n\to\infty$ da $x_n\to x$ bo‘lsa, u holda $n\to\infty$ $\|x_n\|\to\|x\|$ bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. J.I.Abdullayev, Yu.X.Eshqobilov, R.N.G‘anixo‘jayev. Funksional analiz (misol va masalalar yechish) I-qism. “Tafakkur bo‘stoni” Toshkent – 2015. 240 bet.

2. Saipnazarov J.M. Banax fazosida oshkormas funksiya haqidagi teoremaning tatbiqlari // Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences// Scientific Journal Impact Factor// VOLUME 1 | ISSUE 4 ISSN 2181-1784// SJIF 2021: 5.423, 166-172 bet.

3. Rasulov X.R., Yashieva F.Yu. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida G‘G‘ Scientific progress, 2:1 (2021), r.665-672.

4. Q.S.Fayazov. Hisoblash matematikasi, matematik fizika va analizning nokorrekt masalalarini echish usullari. Toshkent: Universitet, 2001. -130 bet.

5. O.S.Zikirov. Matematik fizika tenglamalari. O‘quv qo‘llanma. -Toshkent: “Fan va texnologiya”. 2017, 320 bet.